UNIUNEA EUROPEANĂ

Instrumente Structurale 2014-2020

Proiect cofinanțat din Fondul Social European prin Programul Operațional Capital Uman 2014-2020
Axa prioritară 6: *Educație și competențe*
Prioritatea de investiții 10.i: *Reducerea și prevenirea abandonului școlar timpuriu și promovarea accesului egal la învățământul preșcolar, primar și secundar de calitate, inclusiv la parcursuri de învățare formale, nonformale și informale pentru reintegrarea în educație și formare*
Obiectivul specific 6.4: *Creșterea numărului de tineri care au abandonat școala și de adulți care nu și-au finalizat educația obligatorie care se reîntorc în sistemul de educație și formare, inclusiv prin programe de tip a doua șansă și programe de formare profesională*
Obiectivul specific 6.6: *Îmbunătățirea competențelor personalului didactic din învățământul preuniversitar în vederea promovării unor servicii educaționale de calitate orientate pe nevoile elevilor și a unei școli inclusive*
Titlu proiect: *"Acces la programe de educație și formare profesională pentru tinerii și adulții din județul Dolj care au părăsit timpuriu școala (II)"*
Cod SMIS 2014+: *135712*

MATERIALE DE PREDARE
DISCIPLINA
matematica

Modulul I
Unitatea III Numere raționale (22 ore)

Program „A doua șansă" pentru învățământ secundar inferior

Versiunea finală

A.3.1 Organizarea, monitorizarea şi evaluarea programului „A doua șansă" şi a stagiilor de pregătire practică de 720 de ore

Nume prenume: Ungureanu Cristina
Expert curriculum matematica

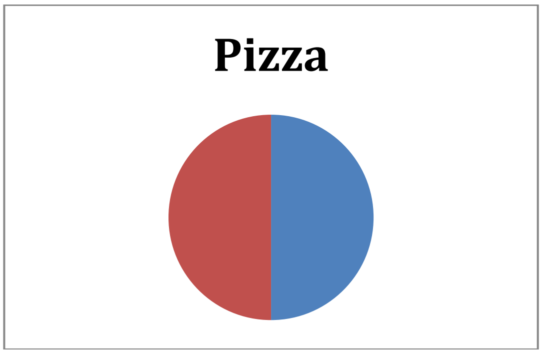
iunie – iulie 2022

MODULUL I : NUMERE
Unitatea de învățare: NUMERE RAȚIONALE

- <u>**Fracții ordinare**</u>

De ce este necesar să-l studiem?
În matematică, un număr rațional este un număr real care se poate exprima drept raportul a două numere întregi, de obicei scris sub formă de fracție ordinară: $\frac{a}{b}$, unde b este nenul.

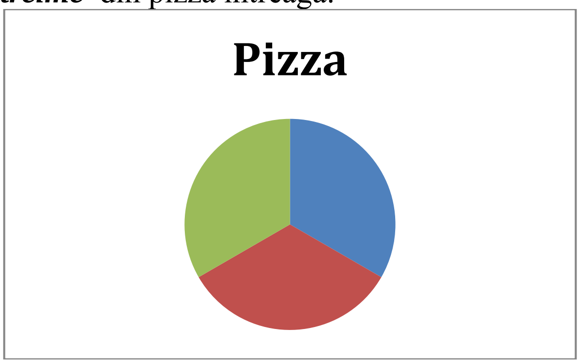
Ce înțelegem prin număr rațional?
Doi prieteni cumpără o pizza împreună. Ca să o împartă în mod egal, se împarte pizza în două părți egale și primesc fiecare câte o jumătate din pizza întreagă .
Jumătate dintr-un întreg înseamnă ”o doime” din întreg.



O doime dintr-un întreg se notează $\frac{1}{2}$, unde $\frac{1 \nearrow numărător}{2 \searrow numitor} \longrightarrow linie\ de\ fracție$

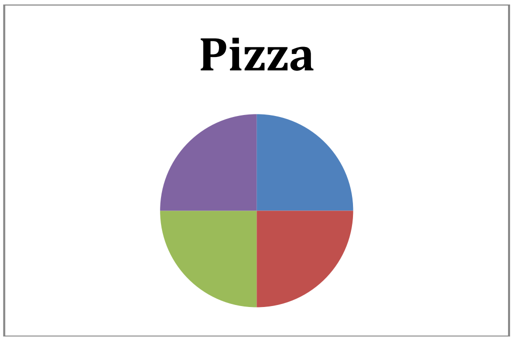
și se citește ” unu supra doi”

Dacă se împarte pizza, în mod egal, la trei copii, se obțin trei părți egale și primesc fiecare câte ***o treime*** din pizza întreagă.



O treime dintr-un întreg se notează $\frac{1}{3}$
Se citește ***”unu supra trei”*** sau ***”unu pe trei”***
Dacă se împarte pizza, în mod egal, la patru copii, se obțin patru părți egale și primesc fiecare dintre ei câte o pătrime din întreaga pizza .

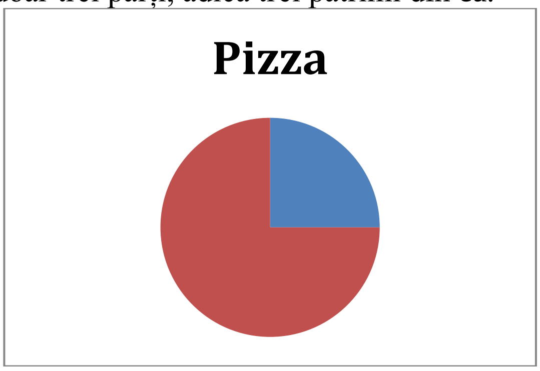
ID 135712



O pătrime sau un sfert dintr-un întreg se notează $\frac{1}{4}$.

Se citește ***”unu supra patru”*** sau ***”unu pe patru”***

Dacă unul din cei trei prieteni nu vrea să mănânce pizza, atunci se consumă din întreaga pizza doar trei părți, adică trei pătrimi din ea.



Trei pătrimi se notează $\frac{3}{4}$

Se citește ***”trei supra patru”*** sau ***”trei pe patru”***

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}$ se numesc fracții ordinare.

”fracție” vine de la ”rație”

O pereche de numere naturale (a; b) cu b≠0, scrisă sub forma $\frac{a}{b}$ se numește fracție ordinară.

Fracția ordinară $\frac{a}{b} = a : b$, poate să fie considerată un cât neefectuat

a se numește ***numărătorul fracției***

b se numește ***numitorul fracției*** .

Numitorul ***b,*** *b* ≠0, ne arată în câte părți egale a fost împărțit întregul iar numărătorul ***a,*** ne arată câte părți sau luat în considerare.

DEFINITIE: Un număr rațional pozitiv se poate exprima fie printr-un cât neefectuat, *a:b*, fie printr-o fracție ordinara, fie printr-o fracție zecimala finită sau periodică (catul efectuat al numerelor naturale *a* și *b*, *b* ≠0).

Mulțimea numerelor raționale pozitive o notam $\mathbf{Q}_+$.

Mulțimea $\mathbf{Q}_+$ = {a/b | a ∈ N*, b ∈ N*} , **mulţimea numerelor raţionale pozitive**.

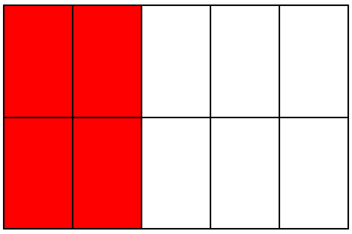
IN* ⊂ Q_+

Fracțiile se pot reprezenta prin desene folosind segmente sau figuri geometrice (dreptunghi, pătrat, cerc etc.)

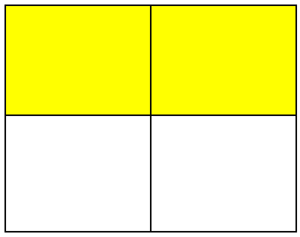
Aplicații

Precizează ce fracție reprezintă partea colorată din fiecare întreg?

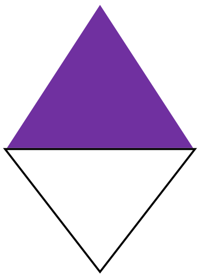
a)



b)



c)



2) Maria a cumpărat o ciocolată mai mare pentru ea și prietena ei. Ciocolata a fost împărțită în 6 părți egale(câte trei bucăți pentru fiecare).
Reprezentați prin desen partea care îi revine Mariei. Scrieți fracția corespunzătoare.

3) Scrieţi fracţiile care au:

- numărătorul 4 şi numitorul 6;
- numitorul 6 şi numărătorul 2;
- numărătorul 9 şi numitorul 7;
- numitorul 5 şi numărătorul 5.

4) Desenaţi un segment de dreaptă şi reprezentaţi fracţiile următoare: $\frac{1}{6}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{5}{8}$.

5) Reprezintă, prin haşurare, folosind pătrate cu latura de 4 cm, fracțiile:

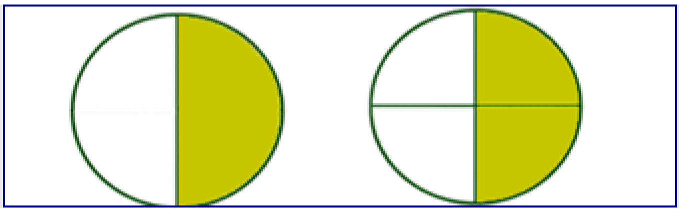
a) $\frac{2}{4}$; b) $\frac{6}{8}$; c) $\frac{2}{2}$; d) $\frac{7}{16}$; e) $\frac{3}{4}$;

- **<u>Fracții echivalente</u>**

Mihai și fratele său Cosmin au avut poftă de pizza și și-au comandat amândoi câte o pizza de același fel.. Mihai a împărțit-o pe a sa în doua părți egale, adică în doua jumatăți și mănâncă una din ele. Cosmin, care are același fel de pizza, dar o împarte în patru părți egale, în sferturi și mănâncă doua dintre ele. Observați că Mihai a am mâncat jumătate și Cosmin a mâncat două sferturi. Privind în farfuriile celor doi frați se constată că au aceeași cantitate de pizza rămasă.

Deci $\frac{1}{2}$ este egal cu $\frac{2}{4}$.

Scriem așa: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$.



$$\frac{1}{2} \qquad = \qquad \frac{2}{4}.$$

Aceste fracții care semnifică aceeași parte dintr-un întreg, aceeași cantitate, se numesc fracții echivalente. Ele pot avea forme diferite, dar valoarea este aceeași.

Alte exemple similare: $\frac{1}{3}$ și $\frac{2}{6}$ sau $\frac{1}{4}$ și $\frac{3}{12}$

Observăm că: $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$ și constatăm că : $2 \cdot 9 = 18$ și $3 \cdot 6 = 18$, deci $2 \cdot 9 = 3 \cdot 6$

Aceasta este o regula care functioneaza tot timpul, pentru fracții echivalente

$$\boldsymbol{\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c}$$

Aplicații:

1) Stabiliţi dacă următoarele fracţii sunt echivalente:

a) $\frac{2}{4}$ şi $\frac{4}{6}$ b) $\frac{3}{5}$ şi $\frac{6}{10}$ c) $\frac{7}{2}$ şi $\frac{10}{3}$ d) $\frac{4}{5}$ şi $\frac{36}{45}$

2) Stabilește care din următoarele propoziţii sunt adevărate:

a) $\frac{7}{3} = \frac{14}{6}$ b) $\frac{40}{12} = \frac{30}{9}$ c) $\frac{16}{14} = \frac{24}{20}$

3)Aflaţi x astfel încât următoarele fracţii să fie echivalente:

a) $\frac{2}{x}$ şi $\frac{3}{12}$ b) $\frac{x}{5}$ şi $\frac{8}{20}$

Amplificarea şi simplificarea fracţiilor

Amplificarea unei fracții înseamnă să înmulțim și numărătorul și numitorul fracției cu același număr.

Notăm $^{n)}\frac{a}{b} = \frac{n \cdot a}{n \cdot b}$, unde a,b,n sunt numere naturale, cu b,n≠0

Prin amplificarea unei fracții se obține o fracție echivalentă cu cea dată.

Exemplu: $^{3)}\frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{12}{15}$

Simplificarea unei fracții înseamnă să împărțim și numărătorul și numitorul fracției cu același număr.

Notăm $\frac{a}{b}^{(n} = \frac{a : n}{b : n}$, unde a,b,n sunt numere naturale, cu b,n≠0.

Exemplu: $\frac{16}{36}^{(4} = \frac{16:4}{36:4} = \frac{4}{9}$

Fracția ireductibilă este fracția care nu se poate simplifica (numărătorul și numitorul sunt numere prime între ele).

Exemplu: $\frac{5}{7}$ este o fracție ireductibilă.

Aplicații:

1. Amplificați cu 3 următoarele fracții:

   $\frac{4}{5}; \frac{6}{7}; \frac{2}{2}; \frac{1}{3}; \frac{9}{8}; \frac{7}{5}; \frac{3}{6}; \frac{4}{2}.$

2. Amplificați fracțiile următoare pentru a obține numitorul 36

   $\frac{4}{9}; \frac{5}{4}; \frac{7}{12}; \frac{11}{18}; \frac{4}{3}; \frac{5}{2};$

3. Diana a scris pe caiet o fracție, pe care a amplificat-o cu 9 natural. Diana a șters fracția inițială, lăsând doar rezultatul obținut în urma amplificării: $\frac{27}{36}$. Ce fracție a scris Diana?

4. Simplificați prin 2 următoarele fracții:

   $\frac{4}{6}; \frac{10}{16}; \frac{14}{12}; \frac{12}{18}; \frac{4}{30}; \frac{22}{20};$

5. Simplifica următoarele fracții cu 3: $\frac{12}{15}; \frac{33}{72}; \frac{36}{48}$

6. Simplificați următoarele fracții pentru a obține fracții ireductibile:

a) $\frac{4}{6}$ b) $\frac{12}{18}$ c) $\frac{14}{28}$ d) $\frac{45}{36}$ e) $\frac{45}{75}$

Fracții subunitare, echiunitare, supraunitare.

Fracții subunitare:
Fractiile care sunt mai mici decat unitatea (întregul) se numesc fractii subunitare
Fractiile subunitare au numărătorul mai mic decât numitorul.
Exemple : $\frac{1}{2}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{3}{10}$.
Fractii echiunitare: Fractiile care sunt egale cu unitatea(întregul) se numesc fractii echiunitare
Fractiile echiunitare au numitorul și numărătorul egali.
Exemple : $\frac{2}{2}$; $\frac{8}{8}$; $\frac{10}{10}$.
Fracții supraunitare:
Fractiile mai mari decat unitatea (întregul) se numesc fractii supraunitare
Fractiile subunitare au numitorul mai mic decât numărătorul.
Exemple : $\frac{3}{2}$; $\frac{11}{8}$; $\frac{16}{10}$.
Compararea fracțiilor:
Dintre doua fractii care au acelasi numarator, este mai mare fractia cu numitorul mai mic.
Exemple: $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{5}$
Dintre doua fractii care au acelasi numitor, este mai mare fractia care are numaratorul mai mare.
Exemple: $\frac{17}{2} > \frac{11}{2} > \frac{5}{2}$

Aplicații:

1. Compară:

1 ..... $\frac{4}{33}$ 1 ..... $\frac{5}{3}$ $\frac{5}{2}$ 1

1 ..... $\frac{2}{3}$ $\frac{7}{7}$ ..... 1 $\frac{7}{3}$ 1

2. Precizează dacă următoarele relații sunt adevărate (A) sau false(F)

$\frac{1}{6} < 1$ $\frac{5}{5} = 1$ $\frac{6}{11} > 1$

$\frac{7}{2} < 1$ $1 = \frac{6}{6}$ $\frac{1}{5} > 1$

3. Scrie toate fracțiile subunitare care au la numitor cifra 8.
4. Scrie toate fracțiile supraunitare care au numitorul 2 și numărătorul este un număr de o cifră.
5. Scrie toate fracțiile echiunitare folosind cifre pare.
6. Scrie toate fracțiile echiunitare folosind cifre impare.
7. Completează spațiile cu cifrele potrivite:

$\frac{10}{10}$ = ... 1= $\frac{\;}{7}$ 1> $\frac{\;}{4}$ 1< $\frac{\;}{5}$

8. Din fracțiile următoare:

$\frac{4}{5}$; $\frac{6}{7}$; $\frac{2}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{9}{8}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{4}{2}$.

alege fracțiile mai mici decât mai mici decât întregul.

9. Se dau fracțiile: $\frac{4}{6}$; $\frac{5}{10}$; $\frac{7}{4}$; $\frac{9}{9}$; $\frac{4}{2}$; $\frac{4}{1}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{8}{8}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{2}{2}$.

a) Scrie care sunt fracțiile subunitare;
b) Scrie care sunt fracțiile echiunitare;
c) Scrie care sunt fracțiile supraunitare.

10. Scrie toate fracțiile echiunitare folosind cifrele: 5, 7, 2, 8.

11. La un magazin s-au vândut $\frac{2}{5}$ din cantitatea de mere. Știind că $\frac{1}{5}$ din cantitatea de mere s-a stricat și a trebuit aruncată, află ce fracție reprezintă cantitatea de mere rămasă în magazin. Folosiți reprezentarea grafică.

12. Într-o grădină sub formă de dreptunghi, Tatiana plantează pe o cincime ceapă, pe 2 cincimi usturoi, iar pe restul suprafeței a plantat roșii. Care este fracția corespunzătoare suprafeței cultivată cu roșii? Realizează un desen al acestei grădini.

13. Completează căsuțele cu > sau < sau cu o cifră corespunzătoare:

$\frac{5}{4} \square \frac{3}{4}$ $\frac{3}{7} \square \frac{3}{2}$ $\frac{\square}{5} > \frac{2}{5}$ $\frac{4}{8} < \frac{4}{\square}$

14. Ordonează-le crescător fracțiile:
$\frac{2}{5}$; $\frac{2}{7}$; $\frac{2}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{2}{8}$; $\frac{2}{11}$; $\frac{2}{6}$;

15. Ordonează-le crescător fracțiile
$\frac{4}{7}$; $\frac{6}{7}$; $\frac{2}{7}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{9}{7}$; $\frac{7}{7}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{11}{7}$.

16. Compară următoarele perechi de fracții:

a) $\frac{7}{3}$ ..... $\frac{9}{6}$;

b) $\frac{6}{5}$ ..... $\frac{13}{10}$

UNIUNEA EUROPEANĂ

Instrumente Structurale 2014-2020

c) $\frac{8}{3}$ ...... $\frac{7}{2}$

d) $\frac{12}{7}$ ..... $\frac{20}{14}$

17. Alexandra și Andreea câte o ciocolată de același fel. Fetițele au mâncat fiecare din ciocolata să. Alexandra a mâncat $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$ din ciocolata sa, iar Andreea a mâncat $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{6}}$ din ciocolata sa. Care din fete a mâncat mai multă ciocolată. Justifică răspunsul.

Scoaterea întregilor din fracție și introducerea întregilor în fracție

Fie fracţia supraunitară $\frac{x}{y}$.

Aplicând teorema împărţirii cu rest, rezultă x = y · z + r, unde z este câtul, iar r este restul împărţirii lui x la y.

Atunci: $\frac{x}{y} = \frac{y \cdot z + r}{y} = \frac{y \cdot z}{y} + \frac{r}{y}$

Deci $\frac{x}{y} = z + \frac{r}{y} = z\frac{r}{y}$ și citim „ z întregi și $\frac{r}{y}$” și notăm $\frac{x}{y} = z\,\frac{r}{y}$

Dacă scriem $\frac{x}{y} = z\,\frac{r}{y}$, spunem că am scos întregii din fracţie.

Dacă scriem $z\,\frac{r}{y}$, = $\frac{y \cdot z + r}{y}$, , spunem că am introdus întregii în fracţie.

Exemple: $\frac{17}{3} = 5\frac{2}{3}$, pentru că 17:3=5 rest 2

$$3\frac{4}{5} = \frac{5 \cdot 3 + 4}{5} = \frac{19}{5}$$

Aplicații:

1. După scoaterea întregilor din fracție, completați în fiecare caz enunțul:

a) Numărul $\frac{41}{5}$ este format din _____ întregi și _____ cincimi.

b) Numărul $\frac{25}{4}$ este format din _____ întregi și _____ pătrimi.

c) Numărul $\frac{16}{3}$ este format din _____ întregi și _____ treimi.

2. Scoate întregii din următoarele fracții supraunitare:

$\frac{14}{9}$; $\frac{25}{4}$; $\frac{17}{12}$; $\frac{22}{8}$; $\frac{14}{3}$; $\frac{15}{2}$;

3. Introduce întregii în fracție:

a) $7\frac{2}{3}$ b) $2\frac{11}{12}$ c) $10\frac{1}{2}$ d) $4\frac{2}{3}$

4. Scoate întregii din următoarele fracții supraunitare și încadrează-le între două numere naturale consecutive:

$\frac{14}{5}$; $\frac{25}{7}$; $\frac{7}{2}$; $\frac{22}{5}$; $\frac{44}{8}$; $\frac{45}{4}$;

Model: $\frac{24}{5}$; $\frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}$; , deci , $4 < \frac{24}{5} < 5$

<u>Reprezentarea pe axă a fracțiilor ordinare</u>

Acum știm că fracțiile sunt și ele tot numere și putem să reprezentam fracțiile pe aceeași axă a numerelor pe care reprezentam numerele naturale.

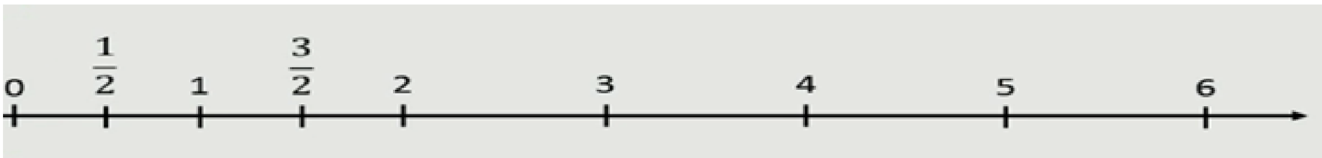
Să luăm un exemplu simplu, fracția: $\frac{1}{2}$.

Unde am așeza-o pe axa numerelor?

O așezăm între 0 si 1, la jumătate.

Dar $\frac{3}{2}$?

$\frac{3}{2}$ înseamnă trei jumătăți. Am putea să numărăm trei jumătăți: o jumătate, doua jumătăți, trei jumătăți și astfel $\frac{3}{2}$ o așezăm pe axă între 1 și 2 la jumătate.



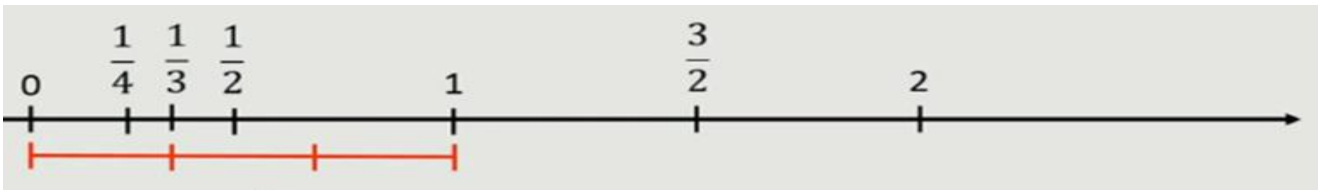
Să reprezentăm acum fracția $\frac{1}{4}$.

$\frac{1}{4}$ înseamnă un sfert. Un sfert este jumătatea lui $\frac{1}{2}$.

Dar $\frac{1}{3}$?

Luăm intervalul de la 0 la 1, care este un întreg și îl împărțim în trei părți egale.

$\frac{1}{3}$ reprezintă prima parte din cele trei.



UNIUNEA EUROPEANĂ

Instrumente Structurale 2014-2020

Operații cu fracții ordinare

Adunarea și scăderea fracțiilor ordinare

Adunarea fracțiilor ordinare

Pentru a aduna două sau mai multe fracții ordinare care au același numitor, se adună numărătorii și se copiază numitorul comun. Fracția obținută prin adunare se aduce la o formă ireductibilă:

$$\frac{a}{n}+\frac{b}{n}=\frac{a+b}{n}$$

Exemplu: $\frac{7}{20}+\frac{9}{20}=\frac{7+9}{20}=\frac{16^{(4}}{20}=\frac{4}{5}$

Dacă fracțiile nu au același numitor se aduc fracțiile la același numitor, prin amplificare sau simplificare, apoi se adună.

Exemplu: $^{3)}\frac{1}{2}+{}^{2)}\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$

Scăderea fracțiilor ordinare

Pentru a scădea două sau mai multe fracții ordinare care au același numitor, se scad numărătorii și e copiază numitorul comun. Fracția rezultată prin scădere se aduce la o formă ireductibilă:

$$\frac{a}{n}-\frac{b}{n}=\frac{a-b}{n}$$

Exemplu: $\frac{17}{12}-\frac{9}{12}=\frac{17-9}{12}=\frac{8^{(4}}{12}=\frac{2}{3}$

Exemplu: $^{3)}\frac{1}{2}-{}^{2)}\frac{1}{3}=\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$

Atenție!

Dacă într-o adunare (scădere) unul din termini este număr natural, la numărul natural scrieți numitorul 1 și apoi aduceți la același numitor.

Dacă un termen este o fracție cu întregii scoși din fracție, se introduc întregii în fracție și apoi se efectuează operația.

Înmulțirea și împărțirea fracțiilor ordinare

Înmulțirea fracțiilor ordinare

Pentru a înmulții două fracții ordinare se înmulțesc numărătorii între ei și numitorii între ei

Exemplu: $\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{7}=\frac{2\cdot3}{5\cdot7}=\frac{6}{35}$

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$

$$n \cdot \frac{a}{b} = \frac{n \cdot a}{b}$$

Exemplu: $6 \cdot \frac{5}{12} = \frac{6}{1} \cdot \frac{5}{12} = \frac{6 \cdot 5}{12} = \frac{30^{(6}}{12} = \frac{5}{2}$

Rezultatul unui produs trebuie să fie o fracție ireductibilă.
Înainte de a face înmulțirea este bine să se facă toate simplificările posibile.
Se poate simplifica orice numărător cu orice numitor.

Exemplu: $\frac{9^{(9}}{27} \cdot \frac{20^{(5}}{5} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{1} = \frac{4}{3}$

Se poate simplifica și pe diagonală:

$$\frac{15}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{1} = \frac{5}{4}$$

Dacă un factor este o fracție cu întregii scoși din fracție, mai întâi se introduc întregii în fracție și apoi se efectuează înmulțite.

Exemplu: $\frac{2}{3} \cdot 1\frac{4}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{5} = \frac{2 \cdot 3}{1 \cdot 5} = \frac{6}{5}$

Împărțirea fracțiilor ordinare

Fie fracția $\frac{a}{b}$, cu b$\neq$ 0. Inversa fracției $\frac{a}{b}$ este fracția $\frac{b}{a}$.

Rezultatul câtului a două fracții ordinare se obține înmulțind prima fracție cu inversa celei de-a doua .

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Exemple: $\frac{3}{4} : \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$

$$\frac{4}{5} : 3 = \frac{4}{5} : \frac{3}{1} = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$

$$\frac{2}{3} : 1\frac{4}{5} = \frac{2}{3} : \frac{9}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{9} = \frac{10}{27}$$

Aflarea unei fracții dintr-un număr:

$$\frac{a}{b}\ \boldsymbol{din}\ n = \frac{a}{b} \cdot n = \frac{a \cdot n}{b} = (a \cdot n) : b$$

Exemplu:

$$\frac{2}{3}\ din\ 15 = \frac{2}{3}\cdot\ 15 = \frac{2\cdot 15}{3} = \frac{30}{3} = 10$$

Aflarea unei fracții dintr-o fracție:

$$\frac{a}{b}\ din\ \frac{c}{d} = \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d} = \frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$

Exemplu:

$$\frac{15}{4}\ din\ \frac{2}{3} = \frac{15}{4}\cdot\frac{8}{5} = \frac{15\cdot 8}{4\cdot 5} = \frac{120}{20} = 60$$

Procent:

Procentul este o fracție ordinară cu numitorul 100.

Fracția $\frac{p}{100}$ se mai scrie p% și se citește ”p la sută” sau ” p procente”

$$p\%\ \text{din a} = \frac{p}{100}\cdot a = \frac{p\cdot a}{100} = (p\cdot a):100$$

Exemplu: 12% din $400 = \frac{12}{100}\cdot 400 = \frac{12\cdot 400}{100} = (12\cdot 400):100 = 4800 : 10 = 48$

Aplicații:

1. Calculează și scrie rezultatul sub forma unei fracții ordinare ireductibile:

a) $\frac{3}{6}+\frac{5}{6}$; **b)** $\frac{5}{8}+\frac{1}{8}$; **c)** $\frac{3}{11}+\frac{8}{11}$; **d)** $\frac{3}{15}+\frac{7}{15}$; e) $\frac{3}{6}+\frac{2}{6}$; **f)** $\frac{3}{6}+1\frac{2}{6}$

2. Calculează și scrie rezultatul sub forma unei fracții ordinare ireductibile:

a) $\frac{7}{6}-\frac{3}{6}$; **b)** $\frac{15}{18}-\frac{6}{18}$; **c)** $\frac{13}{11}-\frac{8}{11}$; **d)** $\frac{23}{15}-\frac{5}{15}$; e) $\frac{11}{16}-\frac{7}{16}$; **f)** $2\frac{5}{6}-\frac{7}{6}$

3. Calculează și scrie rezultatul sub forma unei fracții ordinare ireductibile:

b) $\frac{2}{5}+4$; **b)** $7+\frac{1}{8}$; **c)** $\frac{3}{4}+10$; **d)** $\frac{18}{15}-1$; e) $5-\frac{2}{6}$; **f)** $\frac{23}{3}-5$

4. Calculează și scrie rezultatul sub forma unei fracții ordinare ireductibile:

a) $\frac{3}{5}+\frac{4}{10}$; **b)** $\frac{5}{2}+\frac{1}{6}$; **c)** $\frac{5}{12}+\frac{7}{4}$; **d)** $\frac{3}{5}+\frac{2}{3}$; e) $\frac{13}{16}+\frac{1}{8}$; **f)** $\frac{3}{6}+1\frac{1}{2}$

5. Calculează și scrie rezultatul sub forma unei fracții ordinare ireductibile:

a) $\frac{3}{5}-\frac{4}{15}$; **b)** $\frac{5}{6}-\frac{7}{18}$; **c)** $\frac{3}{11}-\frac{8}{55}$; **d)** $\frac{23}{45}-\frac{7}{15}$; e) $\frac{11}{8}-\frac{7}{6}$; **f)** $2\frac{5}{7}-\frac{7}{21}$

6. Calculează și scrie rezultatul sub forma unei fracții ordinare ireductibile:

a) $6\cdot\frac{1}{2}$; **b)** $10\cdot\frac{2}{5}$; **c)** $10\cdot\frac{3}{4}$; **d)** $12\cdot\frac{5}{6}$; **e)** $16\cdot\frac{7}{12}$; **f)** $20\cdot\frac{11}{10}$.

7. Calculează și scrie rezultatul sub forma unei fracții ordinare ireductibile:

a) $\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{5}$; **b)** $\frac{10}{21}\cdot\frac{7}{12}$; **c)** $\frac{12}{3}\cdot\frac{9}{16}$; **d)** $\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{1}$ **e)** $1\frac{1}{14}\cdot\frac{1}{5}$; **f)** $\frac{4}{15}\cdot 1\frac{3}{7}$;

g) $\frac{2}{15}\cdot\frac{4}{5}\cdot 3\frac{1}{4}$; **h)** $\frac{7}{5}\cdot\frac{3}{14}\cdot 2\frac{1}{12}$; **i)** $\frac{2}{21}\cdot 1\frac{5}{9}\cdot\frac{9}{8}$

UNIUNEA EUROPEANĂ

Instrumente Structurale 2014-2020

8. Calculează:

a) $\frac{2}{5}$ *din* 15**;** **b)** $\frac{2}{3}$ *din* 60 ; **c)** $\frac{3}{7}$ *din* 28 ; **d)** $\frac{4}{5}$ *din* 25 ; **e)** $\frac{3}{4}$ *din* 120;

9. Calculează:

a) $\frac{5}{4}$ *din* $\frac{12}{3}$; **b)** $\frac{12}{25}$ *din* $\frac{15}{16}$; **c)** $\frac{20}{27}$ *din* $\frac{18}{15}$; **d)** $\frac{7}{3}$ *din* $\frac{3}{14}$; **e)** $\frac{5}{4}$ *din* $2\frac{2}{15}$;

10. Calculează:

a) 12% din 50 ; b) 20 % din 120 ; c) 15% din 40 ; d) 75% din 24 ; e) 60% din 150 ;

11. Dintr-o clasă cu 24 de elevi, $\frac{1}{3}$ din aceștia participă la olimpiada de matematică pe școală, iar $\frac{1}{2}$ dintre elevii clasei participă la olimpiada de limba română.. Aflați câți elevi participă la fiecare olimpiadă..

12. O echipă de muncitori trebuie să reabiliteze o stradă de 30 km în două săptămâni. În prima săptămână au reușit să repare 60% din lungimea drumului. Calculează câți km le-au rămas de reparat în cea de-a doua săptămână.

13. O distanță de 600 km a fost parcursă în trei etape astfel: în prima etapă 40% din distanță, în a doua etapă 60% din rest, iar în a treia etapă restul. Aflați distanța parcursă în fiecare etapă.

14. La o fermă sunt 450 de păsări. 20% din ele sunt găini, 40% din rest sunt rațe, iar restul gâște. Câte păsări sunt din fiecare?

15. O suprafață de 400 ha este semănată astfel: cu grâu 20% din suprafață, cu porumb 40% din rest iar restul cu cartofi. Ce suprafață a fost destinată pentru fiecare cultură?

16. Un călător are de parcurs un drum cu lungimea de 234 km. În prima zi a parcurs $\frac{2}{9}$ din drum, iar a doua zi $\frac{4}{13}$ din rest. Calculează câți km mai are de parcurs călătorul , după cele două zile.

17. În clasa a 5 a A sunt 27 de elevi.Ștind că fetele sunt $\frac{2}{3}$ din numărul elevilor, determină numărul băieților din clasă.

18. Calculează și scrie rezultatul sub forma unei fracții ordinare ireductibile:

a) $6:\frac{3}{2}$; **b)** $10:\frac{2}{5}$; **c)** $\frac{3}{4}:6$; **d)** $\frac{5}{6}:15$; **e)** $16:\frac{8}{3}$; **f)** $20:\frac{10}{9}$.

19. Calculează și scrie rezultatul sub forma unei fracții ordinare ireductibile:

a) $\frac{1}{3}:\frac{4}{9}$; **b)** $\frac{10}{21}:\frac{5}{7}$; **c)** $\frac{12}{3}:\frac{16}{9}$; **d)** $\frac{1}{3}:\frac{4}{9}$ **e)** $1\frac{1}{14}:\frac{5}{7}$; **f)** $\frac{4}{21}:1\frac{3}{7}$;

g) $\frac{2}{15}:\frac{4}{5}\cdot 3\frac{1}{4}$; **h)** $\frac{7}{5}\cdot\frac{3}{14}:2\frac{1}{12}$; **i)** $\frac{3}{7}:1\frac{5}{9}\cdot\frac{9}{8}$

ID 135712

Fracții zecimale

Fracția ordinară $\frac{1}{10}$ reprezintă ” o zecime” și se scrie ca fracție zecimală 0,1.
Fracția ordinară $\frac{1}{100}$ reprezintă ” o sutime” și se scrie ca fracție zecimală 0,01.
Fracția ordinară $\frac{1}{1000}$ reprezintă ” o miime” și se scrie ca fracție zecimală 0,001.
Fracția ordinară $\frac{2}{10}$ reprezintă ” două zecimi” și se scrie ca fracție zecimală 0,2.
Fracția ordinară $\frac{3}{100}$ reprezintă ” trei sutimi” și se scrie ca fracție zecimală 0,03.
Orice fracție ordinară care are numitorul o putere nenulă a lui 10 se scrie sub formă de fracție zecimală, despărțind cifrele prin virgulă, adăugând-o de la dreapta spre stânga, peste atâtea cifre câte zerouri are numitorul. Dacă este necesar se adaugă zerouri în fața numărului.

$\frac{123}{10} = 12{,}3$

$\frac{123}{100} = 1{,}23$

$\frac{123}{1000} = 0{,}123$

$\frac{123}{10000} =0{,}0123$

Dacă fracția ordinară care nu are numitorul o putere a lui 10, pentru a o transforma în fracție zecimală se împarte numărătorul la numitor.

O fracție zecimală este formată din partea întreagă și partea zecimală.
Partea întreagă este despărțită de partea zecimală prin virgulă. Partea întreagă se află în partea stângă a virgulei și partea zecimală se află în partea dreaptă..

Pentru a transforma o fracție zecimală finită într-o fracție ordinară se scrie la numărător numărul fără virgulă și la numitor cifra 1 urmată de atâtea zerouri câte zecimale are fracția.

$2{,}4 = \frac{24}{10}$

$0{,}05 = \frac{5}{100}$

$0{,}017 = \frac{17}{1000}$

Compararea fracțiilor zecimale. Aproximări și rotunjiri

Pentru a compara două fracții zecimale se compară mai întâi părțile lor întregi, cea mai mare fiind cea cu partea întreagă mai mare.

$12{,}1 > 4{,}243$

Dacă părțile întregi a două fracții zecimale sunt egale, atunci se compară părțile lor zecimale, cifră cu cifră, de la stânga la dreapta. Este mai mare fracția care are zecimal mai mare din perechile de zecimale neegale comparate.

Exemple:

23,7 >23,19

2,27 >2,195

5,1257 >2,12295

Fracția 24,42 aproximată prin lipsă cu o zecime este fracția 14,2.

Fracția 4,242 aproximată prin adaos cu o zecime este fracția 4,3.

Fracția 4,242 aproximată prin lipsă cu o sutime este fracția 4,24

Fracția 4,242 aproximată prin adaos cu o sutime este fracția 4,25

Cum $4 < 4{,}242 < 5$, arată că 4 este aproximarea prin lipsă cu o unitatea a fracției zecimale 4,242 și 5 este aproximarea prin adaos cu o unitate.

Pentru rotunji o fracție zecimală trebuie făcută aproximarea care este cea mai bună (cea mai apropiată de număr)

Exemple:

4,242 $\approx$ 4,2 prin rotunjire cu o zecime

7,26 $\approx$ 7,3 prin rotunjire cu o zecime

1,2457 $\approx$ 1,25 prin rotunjire cu o sutime

1, 2429 $\approx$ 1,24 prin rotunjire cu o sutime.

.Operații cu fracții zecimale

Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale finite

Două fracții zecimale se adună ca două numere naturale după ce am făcut să corespundă virgula.

Exemple:

3,28 + 5,7 = 8,98

$$\begin{array}{r} 3{,}28\ + \\ \underline{5{,}70} \\ 8{,}98 \end{array}$$

7 + 1, 54 = 8,54

$$\begin{array}{r} 7{,}00\ + \\ \underline{1{,}54} \\ 8{,}54 \end{array}$$

Două fracții zecimale se scad ca două numere naturale după ce am făcut să corespundă virgula.

Exemple:

18,28 - 5,7 = 12,58

$$\begin{array}{r} 18{,}28\ - \\ \underline{5{,}70} \\ 12{,}58 \end{array}$$

7 - 1, 54 = 5,46

$$\begin{array}{r} 7{,}00\ - \\ \underline{1.54} \\ 5{,}46 \end{array}$$

Înmulțirea fracțiilor zecimale

Produsul dintre o fracție zecimală și 10^n , n un număr natural nenul, se determină mutând virgula spre dreapta peste un număr de zecimale egal cu numărul de zerouri.

Exemple:

1,28 · 10 = 12,8

1,28 · 100 = 128

1,28 · 1000 = 1280

Pentru a determina produsul a două fracții zecimale se efectuează produsul numerelor naturale obținute prin eliminarea virgulei de la fiecare fracție zecimală, iar la rezultat se adaugă virgula astfel încât partea zecimală va avea atâtea zecimale câte zecimale au cele două fracții zecimale împreună

Exemple:

0,24 · 0,12 = 0, 0288

$$\begin{array}{r} 24\ \cdot \\ \underline{12} \\ 48 \\ \underline{24\ \ } \\ \mathbf{288} \end{array}$$

12,5 · 0,1 = 1.25

Împărțirea fracțiilor zecimale

Dacă împărțirea a două numere naturale nu se efectuează exact atunci rezultatul va fi o fracție zecimală care poate fi:

a) fracție zecimală finită
   Exemplu: 15 : 4 = 3,75
b) fracție zecimală infinită periodică simplă (imediat după virgulă are un grup de cifre, numit perioadă, care se repetă la infinit)
   Exemplu: 16 : 3 = 5,333333….. = 5,(3)
   134: 11= 12,181818…= 12,(18)
c) fracție zecimală infinită periodică mixtă (perioada nu începe imediat după virgulă)
   Exemplu: 23 : 6 = 3,533333…= 3,5(3)

O fracție zecimală finită se scrie ca o fracție ordinară care are la numărător numărul fără virgulă și la numitor 1 urmat de atâtea zerouri câte cifre are partea zecimală

Exemple: $0,12 = \frac{12}{100}$

$1,2 = \frac{12}{10}$

O fracție zecimală periodică simplă se transformă într-o fracție ordinară care are la numărător diferența dintre numărul scris fără virgulă și partea întreagă , iar la numitor se scriu atâtea cifre de 9 câte cifre are perioada.

Exemple: $0,(12) = \frac{12}{99}$

$1,2 = \frac{12-1}{9} = \frac{11}{9}$

O fracție zecimală periodică mixtă se transformă într-o fracție ordinară care are la numărător diferența dintre numărul scris fără virgulă și numărul format din cifrele din afara perioadei (inclusiv partea întreagă) , iar la numitor se scriu atâtea cifre de 9 câte cifre are perioada urmate de atâtea cifre de 0 câte cifre are partea neperiodică .

Exemple: $0,3(12) = \frac{312-3}{990} = \frac{309^{(3}}{990} = \frac{103}{330}$

$1,2(5) = \frac{125-12}{90} = \frac{113}{90}$

Câtul dintre o fracție zecimală și 10^n , n un număr natural nenul, se determină mutând virgula spre stânga peste un număr de zecimale egal cu numărul de zerouri.

Exemple:

128 : 10 = 12,8

12,8 : 100 = 0,128

12,8 : 1000 = 0.0128

Împărțirea unei fracții zecimale finite la un număr natural se face ca împărțirea a două numere naturale, punând virgula la cât când se coboară prima cifră după virgulă.

Exemplu:

103,7 :2 = 51,85

Împărțirea unei fracții zecimale finite la o fracție zecimală finită se efectuează înmulțind mai întâi și deîmpărțitul și împărțitorul cu o putere a lui 10 astfel încât împărțitorul să devină număr natural și se continuă ca la împărțirea unei fracții zecimale finite la un număr natural .

Exemple:

1,28 : 0,4 = 12,8 : 4 =3,2

0,128 : 0,16 = 12,8 : 16 = 0,8

Aplicații:

1. Transformați următoarele fracții ordinare în fracții zecimale:

a) $\frac{1}{10}; \frac{17}{10}; \frac{123}{10}; \frac{2546}{10}; \frac{15432}{10};$

b) $\frac{2}{100}; \frac{24}{100}; \frac{325}{100}; \frac{2406}{100}; \frac{12523}{100};$

c) $\frac{7}{1000}; \frac{27}{1000}; \frac{237}{1000}; \frac{1523}{1000}; \frac{17308}{1000};$

d) $\frac{5}{2}; \frac{11}{4}; \frac{23}{8}; \frac{17}{5}; \frac{123}{25}; \frac{28}{3}; \frac{24}{11}; \frac{19}{6}; \frac{35}{12};$

2. Transformați următoarele fracții zecimale în fracții ordinare ireductibile:

a) 0,2 ; 1,5 ; 0,25 ; 1,44 ; 0,125; 0,008; 12,8;

b) 0,(3) ; 1,(6) ; 1,(27) ; 0,2(7) ; 1,5(6) ; 0,12(7) ; 0,2(63) ;

3. Copiați și completați spațiile libere cu unul din semnele: $<$; $=$; $>$, pentru a obține propoziții adevărate:

a) 24,15 … 42,15 ; b) 0,18 … 0,108 ; c) 7,4002 … 7,42 ; d) 15,23 … 15,3 ;

e) 12,4 … 12,40 ; f) 2,(3) … 2,3 ; g) 5,(23) … 5,3 ; h) 17,12 … 17,120;

4. Încadrați între două numere naturale consecutive următoarele fracții zecimale:

a) … <7,2 ... ; b) … <12,6 ... ; c) … < 17,112 ... ; d) … <24,26 ... ; e) … <0,75 ... ;

5. Scrieți în ordine crescătoare următoarele fracții zecimale:

1,07 ; 12,5 ; 0,7 ; 0,58 ; 12,19 ; 1,5 ; 12 ; 15,1.

6. Elena a fost în timpul săptămânii să cumpere fructe proaspete de la piață. Luni a cumpărat 3,15kg de fructe, marți a cumpărat 4,75 kg, miercuri a cumpărat 3,125kg fructe, joi a cumpărat 4,8 kg fructe și vineri 3,5 kg fructe.

a) În ce zi a cumpărat cea mai mică cantitate de fructe?
b) În ce zi a cumpărat cea mai mare cantitate de fructe?
c) Calculează câte kg de fructe a cumpărat în total.

7. a) Aproximează prin lipsă cu o zecime numerele de mai jos:
0,32 ; 12,125 ; 18,17 ; 23,54 ; 6,724 ; 28,37;
b) Pentru fiecare număr de mai sus faceți rotunjirea până la număr întreg

8. a) Aproximează prin adaos cu o sutime numerele de mai jos:
0,261 ; 13,145 ; 28,173 ; 24,546 ; 6,326 ; 27,3732;
b)Pentru fiecare număr de mai sus faceți rotunjirea până la zecimi.

9. Să se calculeze:
a) 2 + 0,12 = ; b) 7 + 0,124 = ; c) 23 + 0,7= ; d) 0,3 + 0,9 = ; e) 1,25 + 3,12 = ;
f)0,15 + 0,95 = ; g) 5,17 + 101, 3= ; h) 3,28 + 1,5 = ; i) 1,47 + 0,71 + 5.112 =

10. Un produs costa 156,75 lei. După o săptămână produsul respectiv a fost scumpit cu 3,25 lei. Calculează care este noul preț al produsului.

11. Într-un depozit de cereale au sosit 3 mașini cu grâu. În prima mașină au fost 15,6 t grâu, în a doua mașină 17,75 t grâu și în cea de-a treia mașină au fost 18 t grâu. Calculează câte tone de grâu au fost depozitate astăzi în depozit.

12. Să se calculeze:
a) 0,796 - 0,392 = ; b) 15,82 – 0,963 = ; c) 2,406 – 1,93 = ; d) 57,304 – 50,12 =; e) 12 – 3,6=;
f) 27,5 - $\frac{73}{10}$ = ; g) 15,8 - $\frac{12}{100}$ = ; h) $\frac{93}{10}$ - 6,3 = ; i) $\frac{2022}{100}$ - 2,3 =; j) 17,005 - 15,25=; k) 25 - $\frac{73}{10}$ =;

13. Un produs costa 234,75 lei. După o perioadă acesta se ieftinește cu 14,25 lei. Calculează noul preț al produsului.

14. Diana avea 4,75 kg struguri. Ea îi dă prietenei sale 2,15 kg struguri. Calculează cu ce cantitate de struguri a rămas Diana.

15. Să se calculeze:
a) 2,7 · 10 =; b) 1,17 · 10 =; c) 0,75 · 10 =; d) 0,037 · 10 =; e) 2,712 · 10 =; f) 1,532 · 10 =;
g) 2,7 · 100 =; h) 1,27 · 100 =; i) 0,57 · 100 =; j) 1,257 · 1000 =; k) 1,2 · 1000 =; l)0,7 · 100 =;

16. Să se calculeze:
a) 2,7 · 5 =; b) 0,8 · 15 =; c) 27 · 1,2 =; d) 0,12 · 9 =; f) 1,17 · 6=; g) 0,27 · 24 =;

h) 2,5 · 0,2 =; i) 2,7 · 0,07 =; j) 0,17 · 1,6 =; k) 2,17 · 0,04 =; l) 1,4 · 1,03 =;

17. Mihai a avut două suprafețe de teren cultivate cu orz. După primul teren au fost strânse 80,24t de orz, iar după cel de-al doilea teren s-au strâns de 3 ori mai multe tone de orz.
a) Calculează ce cantitate de orz a fost treierată după cel de-al doilea teren.
b) Calculează întreaga cantitate de orz treierată de Mihai.

18. Andreea a cumpărat de la librărie un creion și un pix. Creionul a costat 1,4 lei, iar pixul de 4 ori mai mult.
a) Calculează care este prețul pixului.
b) Calculează ce rest a primit Andreea, dacă a plătit cu o bancnotă de 10 lei.

19. Să se calculeze:
a) 23 : 2 =;b) 143 : 4 =;c) 127 : 5=; d)102 : 8 =; e) 48 : 25 =; f) 25 : 6 =;g) 152 : 11=; h) 7:3=;

20) Să se calculeze:
a) 12,7 : 10 =; b) 1,7 : 10 =; c) 75 :10 =; d) 0,37 :10 =; e) 27,12 : 10 =; f) 53,2 : 10 =;
i) 27 : 100 =; h) 102,7 :100 =; i) 5,7 : 100 =; j) 125,7 :1000 =; k) 12 :1000 =; l)101,7 : 100 =;

20. Să se calculeze:
a) 12,3 : 2 =;b) 1,43 : 4 =; c) 12,7 : 5=; d)10,2 : 8 =; e) 0,48 : 25 =; f) 2,7 : 6 =;g) 252 : 12=;
h) 12,3 : 0,1 =; i) 1,403 : 0,01 =; j) 1,127 : 0,001=; k) 10,2 : 0,2 =; l) 0,48 : 1,5 =;
m) 0,27 : 0,6 =; n) 2,52 : 0,12=; o) 1,27 : 0,05 =; p) 0,17 : 0,02 =; r) 7,5 :0,25 =; 2) 0,378 :1,8;

21. Dănuț, pasionat de drumeții , a parcurs în prima zi 20,25 de km, a doua zi cu 4,75 km mai mult decât în prima zi, iar in a treia zi de două ori mai puțin decât în a doua zi.
a) Calculează ce distanță a parcurs Dănuț în cea de-a doua zi.
b) Calculează ce distanță a parcurs Dănuț în total în cele 3 zile.

22. Un automobil a parcurs intr-o zi 312,75 km , iar in a doua zi o distant de 3 ori mai puțin și în a treia zi a parcurs o distanță de două ori mai mare decât a doua zi.
Calculează distanta a parcurs automobilul în total.

23. Știind că 6 kg de mere costă 21 lei, calculează cât costă 9 kg mere.

24. Știind că 11m de stofă costă 1705 lei, calculează cât costă 5 metri de stofă de aceeași calitate.

25. Trei persoane au cumpărat împreună 25 kg cireșe pentru care au plătit 112,5 lei. Prima persoană a luat 10 kg, a doua 8 kg și a treia restul.
Calculează cât a plătit fiecare persoană pentru cantitatea de cireșe cumpărată.

- **Mulțimea numerelor raționale**

În viața reală, mulțimea numerelor raționale este folosită pentru a număra părțile unor obiecte, *de exemplu*, prăjituri sau alte alimente care sunt tăiate în bucăți înainte de consum, sau pentru o estimare aproximativă a relațiilor spațiale ale unor obiecte.

Mulțimea numerelor raționale (Q) se definește astfel:

$Q = \{\frac{a}{b} | a \in Z, b \in Z^*\}$

$\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} - \{0\}$ reprezintă mulțimea numerelor raționale fără 0.

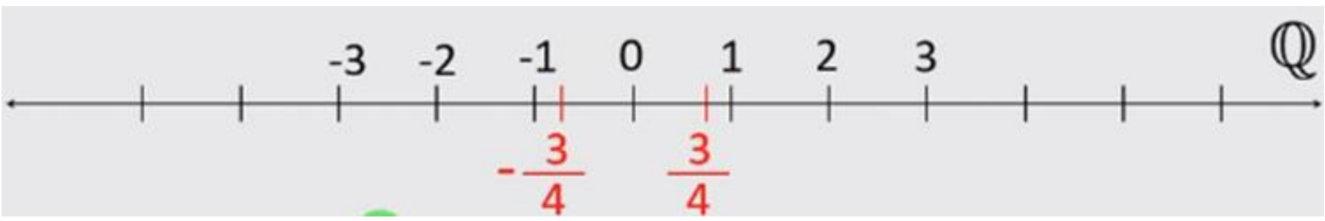
$\mathbb{Q}^*$ este formată din două mulțimi :

$\mathbb{Q}_+ : \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{10}, \frac{11}{4}, \frac{a}{b}$, unde *a* și *b* sunt două numere naturale nenule, numerele raționale pozitive și

$\mathbb{Q}_- : -\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, -\frac{7}{10}, -\frac{11}{4}, -\frac{a}{b}$, unde *a* și *b* sunt două numere naturale nenule, numerele raționale negative.

$-\frac{3}{4} = \frac{-3}{4} = \frac{3}{-4}$

$+\frac{3}{4} = \frac{+3}{+4} = \frac{-3}{-4}$



Orice număr întreg este un număr rațional că se poate scrie ca o fracție cu numitorul 1

$-3 = \frac{-3}{1}$, $+4 = \frac{4}{1}$

UNIUNEA EUROPEANĂ

Instrumente Structurale 2014-2020

- **Opusul unui număr rațional**

Numerele raționale care sunt situate la aceeași distanță față de origine se numesc **numere raționale opuse**.

Orice număr rațional diferă de opusul său doar prin semn.

De exemplu, $\frac{1}{2}$ și - $\frac{1}{2}$ sunt numere opuse, pentru că ambele sunt situate la o distanță de o jumătate de unitate față față de zero.

Vom spune că numărul $\frac{1}{2}$ (sau $+\frac{1}{2}$) este opusul lui $-\frac{1}{2}$, iar $-\frac{1}{2}$ este opusul lui $\frac{1}{2}$

Alte exemple de numere raționale opuse: $-\frac{5}{3}$ și $+\frac{5}{3}$; $\frac{2}{3}$ și $-\frac{2}{3}$.

- **Modulul unui număr rațional (valoarea absolută a unui număr rațional)**

Distanța de la poziția unui punct pe axă până la originea axei, se numește **modul** sau **valoare absolută**.

Modulul unui număr întreg *x* se notează astfel: |*x*|.

Exemplu: $\left|-\frac{2}{3}\right| = \frac{2}{3}$

$\left|+\frac{5}{3}\right| = \frac{5}{3}$

$|0| = 0$

$|-1{,}2| = 1{,}2$

$|+2| = 2$

Atenție!!!

Modulul unui număr rațional este întotdeauna mai mare sau egal cu zero.

$|x| \geq 0$

Numerele raționale opuse au modulul egal,

$|-x| = |x|$

Dacă $x \geq 0$ avem $|x| = x$

Dacă x < 0 avem $|x|$= -x

- **Compararea numerelor raționale**

- dintre două numere raționale pozitive, este mai mare cel cu modulul mai mare; *ex:* $+\frac{5}{3} > +\frac{2}{3}$;
- dintre două numere raționale negative, este mai mare cel cu modulul mai mic (*ex:* $-\frac{1}{2} > -\frac{7}{2}$ pentru că

$|-\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$, $|-\frac{7}{2}| = \frac{7}{2}$, $\frac{1}{2} < \frac{7}{2} \rightarrow -\frac{1}{2} > -\frac{7}{2}$

- orice număr pozitiv este mai mare decât orice număr negativ (*ex:* $+\frac{2}{3}; > -\frac{3}{4}$);
- 0 este mai mare decât orice număr rațional negativ și mai mic decât orice număr rațional pozitiv

(*ex:* $-\frac{5}{4} < 0 < \frac{1}{2}$).

Aplicații:

1. Reprezentați pe axă următoarele numere raționale:

$\frac{2}{3}, -\frac{6}{3}, -\frac{3}{4}, +\frac{5}{2}, \frac{7}{4}, -\frac{11}{3}$

2. Reprezentați pe axă următoarele numere raționale și apoi ordonați-le crescător:

a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$.

b) $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{10}{2}$.

c) $-\frac{1}{4}, -\frac{3}{4}, -\frac{5}{4}, -\frac{7}{4}, -\frac{10}{4}$.

d) $\frac{5}{3}, -\frac{7}{2}, -\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}, -\frac{7}{4}, -\frac{11}{3}$

Operații cu numere raționale

Definiţie: prin adunarea a două numere raţionale a şi b se obţine un număr raţional, notat a+b şi numit **suma** numerelor a şi b.

Reguli de calcul:

1. dacă a şi b au acelaşi semn, se adună modulele lor şi se scrie în faţa rezultatului semnul comun

2. dacă a şi b au semne diferite, se scade din modulul mai mare modulul mai mic şi se scrie în faţa rezultatului semnul numărului cu modulul mai mare

Obs: Operaţiile de adunare şi scădere a două numere raţionale se efectuează după regulile corespunzătoare fracţiilor: dacă fracţiile au acelaşi numitor, se copiază numărătorul şi se adună numitorii; dacă au numitori diferiţi, se aduce la acelaşi numitor (cmmmc al celor două numere) şi abia apoi se efectuează adunarea numărătorilor.

Proprietăţile adunării numerelor raţionale:

1) adunarea este asociativă: (a+b)+c = a+(b+c)

2) adunarea este comutativă: a+b = b+a

3) 0 este element neutru faţă de adunare: a+0 = 0+a = a

4) pentru orice a există –a astfel încât: a+(-a) = (-a)+a = 0

Definiţie: Prin **scăderea** a două numere raţionale a şi b se obţine un număr raţional c, notat **a-b**, pentru care a= b+c. c se numeşte **diferenţa** numerelor a şi b, a este **descăzutul**, iar b este **scăzătorul.**

Definiţie: Rezultatul înmulțirii a două numere raționale se numește produs.

1. **Produsul a două numere raționale, cu același semn, este egal cu produsul modulelor lor, precedat de semnul „+”.**

Dacă a și b sunt două numere raționale pozitive, atunci $a \cdot b = +(|a| \cdot |b|)$

Dacă a și b sunt două numere raționale negative, atunci $a \cdot b = +(|a| \cdot |b|)$

2. Produsul a două numere raționale cu semne contrare este egal cu produsul modulelor lor, precedat de semnul „ – ”.

Dacă a și b sunt două numere raționale **cu** $a< 0$ **și** $b> 0$ **, atunci $a \cdot b = -(|a| \cdot |b|)$**

3. Produsul oricărui număr rațional cu 0 și produsul lui 0 cu orice număr rațional este egal cu 0.

Dacă a este un număr rațional, atunci $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$

Proprietățile înmulțirii numerelor raționale:

Înmulțirea numerelor raționale este **comutativă,** adică:

$a \cdot b = b \cdot a, \forall\, a, b \in Q$

Înmulțirea numerelor raționale este **asociativă, adică:**

a• (b •c) =(a •b) •c, $\forall$ ***a, b, c*** $\in$ ***Q***

1 este element neutru

a ·1 = 1 ·a = a

distributivitatea față de adunare

a · (b + c) = a · b + a ·

Produsul unui număr par de factori negativi este pozitiv

Rezultatul împărțirii a două numere raționale se numește cât.

Câtul a două numere raționale cu **același semn** este egal cu câtul modulelor lor, precedat de semnul „+”.

Dacă *a* și *b* sunt două numere raționale pozitive, atunci *a* : *b* = + (|*a*| : |*b*|)

Dacă *a* și *b* sunt două numere raționale negative, atunci *a* : *b* = + (|*a*| : |*b*|

Câtul a două numere raționale cu **semne contrare** este egal cu câtul modulelor lor, precedat de semnul „–”.

Dacă *a* și *b* sunt două numere raționale cu a< 0 și b> 0 , atunci *a* : *b* = - (|*a*| : |*b*|)

1. Calculați:

a) $\frac{3}{10}+\frac{7}{10}$; **b)** $-\frac{30}{11}+\frac{8}{11}$; **c)** $-\frac{3}{6}+(-\frac{5}{6})$; **d)** $\frac{5}{8}+\frac{1}{8}$; **e)** $-\frac{3}{11}+\frac{8}{11}$; **f)** $\frac{3}{15}+(-\frac{7}{15})$;

f) $\frac{3}{6}-(+\frac{2}{6})$; **g)** $\frac{3}{5}-(-\frac{7}{5})$; **h)** $\frac{3}{6}+1\frac{2}{6}$; **i)** $-\frac{5}{18}+\left(-\frac{7}{18}\right)-(-\frac{1}{18})$; **j)** $\frac{4}{3}-\left(-\frac{1}{6}\right)$;

k) $-7+\frac{1}{2}$; **l)** $\frac{1}{8}+\frac{1}{4}-\frac{3}{2}$; **m)** $9\frac{1}{5}-3\frac{7}{10}$; **n)** $4\frac{5}{7}+\left(\frac{11}{14}-\frac{3}{28}\right)$

2. Aflaţi numărul raţional:

a) cu 2 mai mic decât $\frac{2}{3}$

b) cu $-\frac{7}{2}$ mai mare decât -7

c) cu $\frac{4}{5}$ mai mic decât $-\frac{1}{3}$

d) cu $\frac{7}{5}$ mai mare decât $-\frac{11}{10}$

e) cu $\frac{2}{3}$ mai mare decât -4

f) cu $\frac{11}{5}$ mai mic decât -2

ID 135712

3. Calculaţi:

a) $+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}$; **b)** $+\frac{7}{8}\cdot(-\frac{16}{35})$; **c)** $-\frac{5}{13}\cdot(-\frac{26}{15})$; **d)** $-\frac{9}{7}\cdot(+\frac{49}{36})$;

e) $\frac{4}{9}\cdot\frac{15}{20}$; **f)** $-\frac{9}{5}\cdot\frac{4}{3}$; **g)** $-7\cdot(-\frac{6}{49})$; **h)** $-\frac{3}{4}\cdot 16$

i) $-\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{7}\cdot\frac{14}{11}$; **j)** $9\cdot\frac{4}{3}\cdot(-\frac{5}{6})$; **k)** $-\frac{3}{16}\cdot(-\frac{8}{27})\cdot(-\frac{9}{5})$; **l)** $\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{16}{9}\right)$; **m)** $\frac{-7}{5}\cdot\frac{-25}{49}$;

n) $\frac{-11}{-5}\cdot\frac{-10}{33}$; **o)** $\frac{-4}{27}\cdot\frac{-9}{44}$; **p)** $-\frac{4}{9}\cdot(-3)$; **r)** $-7\frac{1}{4}\cdot\frac{5}{58}$; **u)** $\frac{5}{6}\cdot\frac{7}{15}\cdot\frac{12}{49}$

4. **a)** $\frac{25}{8}:\frac{35}{4}$; **b)**) $\frac{1}{3}:(-\frac{4}{9})$; **c)** $-\frac{20}{21}:\frac{5}{7}$; **d)** $-\frac{12}{3}:(-\frac{8}{9})$; **e)**$+\frac{1}{3}:(+\frac{4}{9})$; **f)** $1\frac{1}{14}:(-\frac{5}{21})$; **g)** $\frac{4}{21}:1\frac{3}{7}$;

h)$-\frac{12}{15}:(-\frac{4}{5})\cdot 3\frac{1}{4}$; **i)** $-\frac{7}{5}\cdot\left(-\frac{3}{14}\right):(-2\frac{1}{12})$; **j)** $-\frac{3}{7}:1\frac{5}{9}\cdot\left(-\frac{9}{8}\right)$; k) $\left(5-\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{6}{13}=$

5. Un ceas costă 50 lei. Cât va costa ceasul dacă acesta se va scumpi cu 20% ?

6. Un muncitor are de realizat în trei zile 300 de piese. În prima zi realizează 40% din numărul de piese, a doua zi $\frac{7}{9}$ din rest, iar a treia zi restul de piese. Câte piese a realizat a trei azi ?

7. Într-o clasă sunt 24 de elevi, băieţi şi fete. Raportul dintre numărul de băieţi şi numărul de fete este de $\frac{1}{3}$. Câte fete sunt în clasă?

8. Distanţa între două oraşe este de 720 km. După o oră, o maşină care a pornit din primul oraș înspre al doilea a parcurs $\frac{2}{9}$ din distanţă. De asemenea într-o oră din al doilea înspre primul o altă maşină a parcurs 140,6 km. Ce distanţă este între cele două maşini după prima oră de deplasare?

9. Într-o fermă sunt 600 de păsări, găini, rațe și curci.
Știind că $\frac{1}{3}$ din păsări sunt găini, 30% din păsări sunt găini și restul sunt curci, determină numărul curcilor din fermă.